数学

【解答】

問1

(1) △ABCの外接円Oの半径をRとすると，正弦定理より

$$2R=\frac{7\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=\frac{7\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=14 \quad \therefore R=7$$

(2) 円周角の性質より，∠APB＝60°である。

PA＝xとおくと，条件より$PB=\frac{2}{3}x$である。

△PABに対する余弦定理より

$$AB^2=AP^2+BP^2-2AP\cdot BP\cos\angle APB$$

$$(7\sqrt{3})^2=x^2+\left(\frac{2}{3}x\right)^2-2x\left(\frac{2}{3}x\right)\frac{1}{2}=\frac{7}{9}x^2$$

$$x^2=189$$

$x>0$ より　$x=3\sqrt{21}$

(3) △PABの面積が最大になるのは，Pから辺ABまでの高さが最大になるときで，それは，Pが△ABCの外接円の点Cを含む弧APの中点になるときである。すなわち，PA＝PBとなり，また∠APB＝60°であるから，△PABは正三角形となる。

よって，PA＝$7\sqrt{3}$

問2

(1) 事象A_1が起こるのは，さいころの目が5，6の場合の２通り。

よって，事象A_1が起こる確率は

$$P(A_1)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

(2) 事象$\overline{A_1}\cap A_2$が起こるときの目の出方は，以下の場合の18通り。

{1回目，2回目}＝{1，4},{1，5},{1，6},
{2，3},{2，4},{2，5},{2，6},
{3，2},{3，3},{3，4},{3，5},{3，6},
{4，1},{4，2},{4，3},{4，4},{4，5},{4，6}

よって，事象$\overline{A_1}\cap A_2$が起こる確率は

$$P(\overline{A_1}\cap A_2)=\frac{18}{6^2}=\frac{1}{2}$$

(3) 余事象の確率は，(1)から

$$P(\overline{A_1})=1-P(A_1)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

よって，事象$\overline{A_1}$が起こったときの事象A_2が起こる条件付き確率は

$$P(A_2|\overline{A_1})=\frac{P(\overline{A_1}\cap A_2)}{P(\overline{A_1})}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{4}$$

(4) 事象$\overline{A_2}$が起こるときの目の出方は，以下の通り６通り。

{1回目，2回目}＝{1，1}，{1，2}，{1，3}，
{2，1}，{2，2}，
{3，1}

よって，事象$\overline{A_2}$が起こる確率は

$$P(\overline{A_2})=\frac{6}{6^2}=\frac{1}{6}$$

事象$\overline{A_2}\cap A_3$が起こるときの目の出方は，以下の場合の32通り。

{1回目，2回目，3回目}
＝{1，1，3},{1，1，4},{1，1，5},{1，1，6}
{1，2，2},{1，2，3},{1，2，4},{1，2，5},{1，2，6},
{1，3，1},{1，3，2},{1，3，3},{1，3，4},{1，3，5},{1，3，6},
{2，1，2},{2，1，3},{2，1，4},{2，1，5},{2，1，6},
{2，2，1},{2，2，2},{2，2，3},{2，2，4},{2，2，5},{2，2，6},
{3，1，1},{3，1，2},{3，1，3},{3，1，4},{3，1，5},{3，1，6},

よって，事象$\overline{A_2}\cap A_3$が起こる確率は

$$P(\overline{A_2}\cap A_3)=\frac{32}{6^3}$$

以上より，事象$\overline{A_2}$が起こったときの事象A_3が起こる条件付き確率は

$$P(A_3|\overline{A_2})=\frac{P(\overline{A_2}\cap A_3)}{P(\overline{A_2})}=\frac{\frac{32}{6^3}}{\frac{1}{6}}=\frac{8}{9}$$

問3

(1) 対数の性質より，$\log_2\frac{x}{4}=\log_2 x-\log_2 4=\log_2 x-2$，

底の変換公式より，$\log_4 x=\frac{\log_2 x}{\log_2 4}=\frac{\log_2 x}{2}$

となり，$t=\log_2 x$ とおくと，問題文における関数は

$$y=(t-2)^2-4\times\frac{t}{2}+3=t^2-6t+7$$

(2) x が $x>0$ の範囲を動くとき，$t\,(=\log_2 x)$ のとり得る値の範囲は実数全体である。

(3) (1)よりyは

$$y=(t-3)^2-2$$

となるので，$t=3$のとき，すなわち$x=2^3=8$のとき，最小値-2をとる。

問4

(1) 散布図から代表値を読み取る問題である。

⓪：誤り。購入額の平均値は約21円であるので誤り。

①：誤り。平均最高気温の分散は約56であるが，標準偏差は約7.5℃であるので誤り。

②：誤り。平均湿度の最大値は約77％であるので誤り。

③：正しい。25℃以上の日数の割合が最大の月の購入額は約45円であり，最大値であるので正しい。

④：正しい。25℃以上の日数の割合の最大値は100％であり，最小値は0％であるので，範囲は100-0＝100％であるので正しい。

以上より，正解は③と④。

(2) 散布図から相関関係を読み取る問題である。

⓪：正しい。平均最高気温が高くなるほど購入額は増加する傾向がある。

①：誤り。全体としては1日あたり平均降水量が多くなるほど購入額は増加しておらず，むしろ減少する傾向があるので誤り。

②：誤り。平均湿度が高くなるほど購入額の散らばりは大きくなる傾向があるので誤り。

③：正しい。25℃以上の日数の割合が80％未満の月は購入金額の最大値が約28円なので正しい。

④：誤り。これらの散布図のなかで1日あたり平均降水量と購入額の間は負の相関があるが，それ以外は正の相関があるので誤り。

以上より，正解は⓪と③。

数学の学習アドバイスは次ページ

【学習アドバイス】

本学の入試は、4科目の中から2科目を選択して解答する形式を採り、試験時間は2科目合計で100分となっているので、数学1科目での解答時間は平均的に見て50分である。問題数は大問4題で、その内、問1、問2は数学選択者全員が解答する問題。問3、問4はこの2題から1題を選択して解答する問題である。解答形式は、問1～問3が、途中経過も記す記述式（過去には空所補充形式の客観問題が出題された年度もある）で、問4は選択肢から正解を選ぶ問題である。

2019年度入試について分析してみよう。出題分野であるが、数学Ⅰ・Ⅱ・Aからの出題で、問1は、図形の計量（数学Ⅰ）からの出題である。(1) では、正弦定理を利用して三角形の外接円の半径を求め、(2)、(3) では、余弦定理等を利用して線分の長さを求めさせる三角比の応用問題である。問2は、確率（数学A）からの出題である。(1) は基本問題、(2) は標準問題、(3)、(4) は「条件付き確率」を求めさせる応用問題である。問3は、2次関数（数学Ⅰ）と対数（数学Ⅱ）の融合問題である。対数を用いて表された関数を、置き換えによって2次関数に書き換えさせる誘導問題である。問4は、データの分析（数学Ⅰ）からの出題で、散布図の読み取り問題である。問3、問4は選択問題であるが、難易度的に問4のほうが難しく感じた受験生が多いと思われるが、問4のみ選択問題での出題のため、難易度的な差は見られない。

難易度的には基礎から標準のレベルであるが、一部で記述式の問題が含まれるため、解答結果だけではなく、解答に至る経過の書き方で得点差が生じる可能性がある。記述に対する対策が合否のカギを握っている。

対策としては、まず「基本事項」の確認と「基礎力」の強化である。「基本事項」は数学における「道具」であり、そのすべてが「教科書」に記されている。太字で記されている事項の内容や、公式、定理を理解しているかどうかの確認をしてみよう。その確認が終わったら、その「道具」を使って問題を解くことができるようにしよう。これが「基礎力」だ。最終目標は、教科書の節末問題や章末問題を解けるようにしたいが、スタートは自分のレベルに合わせて始めよう。苦手な単元なら例題からスタートし、得意な単元なら節末問題などに直接チャレンジしても構わない。解けなかった問題やミスした問題は、解き直しをすることで確実に解けるようにしたい。ここで一点、注意してほしいことは、「計算力」である。計算を苦手とする受験生は少なくない。しかし、計算は数学の基本中の基本である。そして、「計算力」をつけることは、毎日の繰り返しから生まれてくる。計算が苦手な受験生は、日々の努力を惜しまないでほしい。

次に、記述問題の対策であるが、記述問題が苦手な人、慣れていない人は、「書く」ことからスタートしよう。まず、授業のノートを整理することから始める方法も有効である。次に、教科書に載っている定理の証明をまとめることで記述力は確実に身につく。これにより記述に慣れて来たら記述問題にチャレンジしてみよう。標準的なレベルの参考書（解答部分が詳細に記述されていれば問題集でも構わない）の例題（記述問題）を解いてみよう。そして、解答と照合して自分で添削してみることで記述力アップにつながってくる（可能であれば、学校の先生などに添削をお願いしてみよう）。解けなかった問題や、記述の仕方が分からなかった問題に対しては、解答を参考に自分の答案を作ってみよう。

2019年度は出題がなかったが、過去には「教科書ではあまり見られないが、数学検定などではよく出題されるスタイルの問題」が出題されることがある。数学検定試験2級、準2級の（2次）の過去問題などにも目を通しておきたい（WEBで閲覧できる）。

最後に、本学の入学試験は、今までの学習の積み重ねが得点に反映してくる問題である。したがって、十分な準備をすることで、必ずや栄冠を手に入れられるはずである。