数 学

【解答】

問１　（解答例）

(1)　$x+y=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$, $xy=\dfrac{2}{9}$より、

$$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$$
$$=\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^3-3\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{2\sqrt{5}}{3}=\frac{28\sqrt{5}}{27}$$

(2)
$$\frac{x}{yz}+\frac{y}{zx}+\frac{z}{xy}=\frac{x^2+y^2+z^2}{xyz}$$
$$=\frac{(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)}{xyz}$$
$$=\frac{(\sqrt{3}-3)^2-2\cdot(2-3\sqrt{3})}{2\sqrt{3}}$$
$$=\frac{8}{2\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

となる。

問２　（解答例）　$x^2+3y^2=1$より、$y^2=\dfrac{1}{3}(1-x^2)$。

$y^2\geqq 0$ なので、$1-x^2\geqq 0$

よって、$-1\leqq x\leqq 1$となる。また、

$$x+2y^2=x+\frac{2}{3}(1-x^2)=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{25}{24}$$

よって、

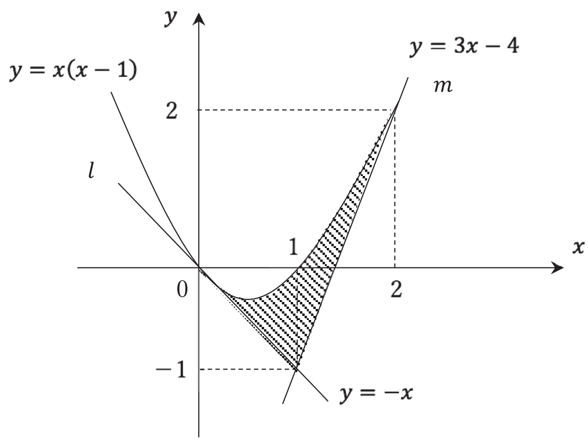
$x=\dfrac{3}{4}$, $y=\pm\dfrac{\sqrt{21}}{12}$のとき，最大値$\dfrac{25}{24}$

$x=-1$, $y=0$のとき，最小値-1

となる。

問３　（解答例）

(1)



点$(0, 0)$を通る接線をl, 点$(2, 2)$を通る接線をmとする。

放物線の接線の傾きは、$y'=2x-1$なので、点$(0,0)$における接線lの傾きは、-1になる。

したがって、接線lの方程式は、点$(0, 0)$を通り、傾きが-1なので、

$$y=-(x-0)+0=-x$$

となる。

よって、接線lは、$y=-x$となる。

また、同様に、点$(2, 2)$における接線mの傾きは、3になる。

したがって、接線mの方程式は、点$(2, 2)$を通り、傾きが3なので、

$$y=3(x-2)+2=3x-4$$

となる。

よって、接線mは、$y=3x-4$となる。

(2)　放物線Cと接線l、接線mで囲まれた図形のうち、$0\leqq x\leqq 1$の範囲の面積は、放物線$y=x^2-x$と接線$y=-x$で囲まれた領域なので、

$$\int_0^1(x^2-x+x)\,dx$$

となる。また、$1\leqq x\leqq 2$の範囲の面積は、放物線$y=x^2-x$と接線$y=3x-4$で囲まれた領域なので、

$$\int_1^2(x^2-x-3x+4)\,dx$$

となる。よって、放物線Cと接線l、mで囲まれた図形の面積は、

$$\int_0^1 (x^2-x+x)\,dx+\int_1^2 (x^2-x-3x+4)\,dx$$
$$=\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1+\left[\frac{x^3}{3}-2x^2+4x\right]_1^2=\frac{2}{3}$$

よって、$\frac{2}{3}$となる。

問４　（解答例）

１個のさいころを繰り返し３回投げるとき、目の出方は6^3通りある。

(1)　事象A:「目の最小値が２以下」とすると、余事象は「目の最小値が３以上」となるので、目の出方は、3、4、5、6の4通り。よって、余事象の確率は、

$$P(\bar{A})=\frac{4^3}{6^3}=\frac{8}{27}$$

となる。よって、求める確率は、

$$P(A)=1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}$$

(2)　目の最小値が２以上の確率は、３回とも２以上６以下の目が出る確率なので、

$$\frac{5^3}{6^3}=\frac{125}{216}$$

となる。よって、求める確率は、

$$\frac{125}{216}-\frac{8}{27}=\frac{61}{216}$$

となる。

【学習アドバイス】

本学の入試は、5科目の中から2科目を選択して解答する形式であり、試験時間は2科目合計で100分となっているので、数学1科目での解答時間は概ね50分である。試験範囲は数学Ⅰ・Ⅱ・Aで、問題数は大問4つ、問1と問2は全員が解答する問題であり、問3と問4はこの2つのうち1つを選択して解答する問題である。解答形式は、途中過程も記す記述式である（過去には選択肢から正解を選ぶ問題や空所補充形式の客観問題が出題された年度もある）。

今年度入試について分析してみよう。

問1は数と式（数学Ⅰ）からの出題で、対称式に関する問題である。(1)は2変数の対称式、(2)は3変数の対称式に関する問題で、(2)は分数式の計算も要求されるので数学Ⅱの要素も含んだ問題である。

問2は2次関数（数学Ⅰ）からの出題で、2変数関数の最大値・最小値に関する問題である。条件式から1文字を消去して最大値・最小値を求める問題で、条件式から定義域を求めることがポイントとなる。

問3は微分法と積分法（数学Ⅱ）からの出題で、放物線と接線に関する問題である。(1)は接線を求める問題で、接点が与えられているので教科書レベルの問題である。(2)は(1)で求めた2接線と放物線で囲まれる図形の面積を求める問題で、入試において頻出の問題である。

問4は場合の数と確率（数学A）からの出題で、さいころに関する確率の問題である。(1)は余事象を考えると求めやすいが、慣れていないと対応が難しかったかもしれない。(2)は頻出の最小値に関する確率の問題だが、解いた経験がないと解答は難しかっただろう。

入試全体の難易度としては基礎～標準レベルであるが、すべて記述式の問題であるため、解答結果だけではなく解答に至る過程の書き方で得点差が生じる可能性があり、計算力と記述対策が合否のカギを握る。また、問3、問4はどちらも入試頻出のテーマからの出題であったが、今年度は問4（確率）の方が解きにくい問題だったと思われる。

対策としては、まず基本的な公式の使い方、典型問題の解法をマスターしよう。教科書に載っている例題や練習問題を自力で解けることが一つの目安である。それができるようになったら教科書の節末問題や章末問題を解いて、さらに演習量を増やしてみるとよいだろう。また、学習の際には学習単元の順番を工夫するのも有効である。教科書の掲載順に学習するのではなく、「2次関数」「指数関数」「対数関数」「三角関数」「微分法」「積分法」などの『関数』に関する単元や、「図形と計量」「図形の性質」「図形と方程式」などの『図形』に関する単元など、単元の特性ごとのまとまりを意識して集中的に取り組むことで効率的に学習できる。さらに、日々の勉強で意識してほしいのが『計算力』である。本学のように基本問題の割合が多い大学は、計算ミスが合否を分ける。計算力の獲得のために、一日に数題でよいので計算問題に取り組みたい。毎日の学習の中で、計算ミスを「ミスをしただけ」と片付けるのではなく、「何故ミスをしたのか」を自分で考え、対策を講じていくことが肝要である。

次に、記述対策であるが、「意識して日本語の説明を入れる」ことからスタートしよう。日本語の説明を一切入れず、式の羅列のみの答案を作る受験生も少なくない。最初のうちは多すぎると思われるぐらい日本語の説明を入れ、学校の先生などに添削をしてもらいながら徐々に削っていくとよいだろう。演習で解けなかった問題も、解答･解説を見た後に自分の言葉で答案を作成してみると、学力･記述力の両方の向上に役立つ。

最後に、本学の入学試験は難問や奇問といった特殊な問題は出題されず、日々の学習の取り組みが合否に直結する試験である。特別な対策をするというよりは、基本に忠実に勉強を積み重ねていけば合格に近づいていくはずである。毎日の学習を大切に、一つずつできることを増やしていってもらいたい。