数学

【解答】

問１

(1) x軸方向にa，y軸方向にbだけ平行移動すると

$y-b=6(x-a)^2-11(x-a)-10\cdots(*)$

$(0,0)$を通るので，$-b=6a^2+11a-10$

$\therefore\ b=-6a^2-11a+10$

(2) $(*)$および(1)より

$y=6(x-a)^2-11(x-a)-10+b$

$=6(x-a)^2-11(x-a)-10+(-6a^2-11a+10)$

$=6x^2-(12a+11)x$

$f(-2)=6(-2)^2-(12a+11)(-2)$

$=24+24a+22=24a+46$

$f(3)=6\cdot 3^2-3(12a+11)=54-36a-33$

$=-36a+21$

(3) $24a+46=-36a+21\quad\therefore\ a=\frac{-25}{60}=-\frac{5}{12}$

(4) $f(x)=6x^2-(12a+11)x$

$=6x^2-\left(12\cdot\frac{-5}{12}+11\right)x=6x^2-6x$

$=6\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-6\cdot\frac{1}{4}$

$\therefore\ x=\frac{1}{2}$のとき$-\frac{3}{2}$

問２

(1) 余弦定理より

$3^2+2^2-4^2=2\cdot 3\cdot 2\cos\angle\mathrm{BAC}$

$\therefore\ \cos\angle\mathrm{BAC}=\frac{9+4-16}{12}=-\frac{1}{4}$

(2) (1)より$\cos\angle\mathrm{BAC}$が負となるので，$\angle\mathrm{BAC}$は90°よりも大きい。

(3) $\sin^2\angle\mathrm{BAC}+\left(-\frac{1}{4}\right)^2=1$

$\therefore\ \sin\angle\mathrm{BAC}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

(4) $\cos\angle\mathrm{CAD}=\cos(180^\circ-\angle\mathrm{BAC})$

$=-\cos\angle\mathrm{BAC}=\frac{1}{4}$

また，線分ACの中点をEとおくと，

$\cos\angle\mathrm{CAD}=\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AD}}=\frac{1}{\mathrm{AD}}=\frac{1}{4}\quad\therefore\ \mathrm{AD}=4$

問３

(1) $\log_3 x^{\log_3 x}\leqq\log_3\left(\frac{x}{c}\right)^3$

$\therefore\ \log_3 x\cdot\log_3 x\leqq 3(\log_3 x-\log_3 c)$

$t=\log_3 x$とおくと

$t^2-3t+3\log_3 c\leqq 0$

(2) $c=\sqrt[3]{9}=(3^2)^{\frac{1}{3}}=3^{\frac{2}{3}}$

$\therefore\ \log_3 c=\log_3 3^{\frac{2}{3}}=\frac{2}{3}\cdot\log_3 3=\frac{2}{3}$

(1)より$t^2-3t+3\cdot\frac{2}{3}\leqq 0$

$t^2-3t+2\leqq 0$

$(t-1)(t-2)\leqq 0$

$\therefore\ 1\leqq t\leqq 2$

(3) (2)より x は $x>0$ の範囲で

$1\leqq\log_3 x\leqq 2$

$\log_3 3\leqq\log_3 x\leqq\log_3 3^2$

底および真数条件より，$3\leqq x\leqq 9$

問４

(1) $3\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=96$通り

(2) $1\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 1\cdot 2=8$通り

(3) A以外にCとEも赤色で塗る場合は(2)より8通り

同様にCとFも塗る場合は，

$1\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 1\cdot 1=4$

同様にDとFも塗る場合は，

$1\cdot 2\cdot 1\cdot 1\cdot 2\cdot 1=4$

以上より，$8+4+4=16$通り

【学習アドバイス】

本学の入試は、4科目の中から2科目を選択して解答する形式をとり、試験時間は2科目合計で100分となっているので、数学1科目での解答時間は平均的にみて50分である。問題数は大問4題で、その内、問1、問2は数学選択者全員が解答する問題。問3、問4はこの2題から1題を選択して解答する問題である。解答形式は、途中経過も記す記述式（過去には選択肢から正解を選ぶ問題や空所補充形式の客観問題が出題された年度もある）。

2020年度入試について分析してみよう。出題分野であるが、数学Ⅰ・Ⅱ・Aからの出題で、問1は、2次関数の平行移動（数学Ⅰ）に関する出題である。x 軸方向に a、y 軸方向に b だけ平行移動したグラフが原点を通る条件から、誘導によって⑴～⑷の設問を解答する問題である。問2は、図形と計量（数学Ⅰ）からの出題である。⑴は余弦定理、⑵は三角比の性質、⑶は基本的な計算問題、⑷は図を描くことが出来れば基本的な問題である。問3は、対数（数学Ⅱ）を含んだ不等式の問題である。⑴で、対数を含む不等式を、置き換えによって2次不等式に書き換えさせる誘導問題、⑵、⑶では、誘導により、与えられた不等式の解を求めていく問題である。問4は、場合の数（数学A）からの出題で、順列に関する誘導問題である。問3、問4は選択問題であるが、難易度の差はみられない。

全体の難易度としては、基礎から標準のレベルであるが、すべて記述式の問題であるため、解答結果だけではなく、解答に至る経過の書き方で得点差が生じる可能性がある。記述に対する対策が合否のカギを握っている。

対策としては、まず、「基本事項」の確認と「基礎力」の強化である。「基本事項」は数学における「道具」であり、そのすべてが「教科書」に記されている。太字で記されている事項の内容や、公式、定理を理解しているかどうかの確認をしてみよう。その確認が終わったら、その「道具」を使って問題を解くことができるようにしよう。これが「基礎力」だ。最終目標は、教科書の節末問題や章末問題を解けるようにしたいが、スタートは、自分のレベルに合わせて始めよう。苦手な単元なら例題からスタートし、得意な単元なら節末問題などに直接チャレンジしても構わない。解けなかった問題やミスした問題は、解き直しをすることで確実に解けるようにしたい。ここで一点、注意してほしいことは、「計算力」である。計算を苦手とする受験生は少なくない。しかし、計算は数学の基本中の基本である。そして、「計算力」をつけることは、毎日の繰り返しから生まれてくる。苦手な諸君は、日々の努力を惜しまないでほしい。

次に、記述問題の対策であるが、記述問題が苦手な人、慣れていない人は、「書く」ことからスタートしよう。まず、授業のノートを整理することから始める方法も有効である。次に、教科書に載っている定理の証明をまとめることで記述力は確実に身につく。これにより記述に慣れて来たら記述問題にチャレンジしてみよう。標準的なレベルの参考書（解答部分が詳細に記述されていれば問題集でも構わない）の例題（記述問題）を解いてみよう。そして､解答と照合して自分で添削してみることで記述力アップにつながってくる（可能であれば、学校の先生などに添削をお願いしてみよう)。解けなかった問題や、記述の仕方が分からなかった問題に対しては、解答を参考に自分の答案を作ってみよう。

最後に、本学の入学試験は、今までの学習の積み重ねが得点に反映してくる問題である。したがって、十分な準備をすることで、必ずや栄冠を手に入れられるはずである。