数 学

【解答】

問１

① x^4

② x^2

③ x

④ $(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

問２

⑴ 表面積Sは

$$S=\pi x^2+2\pi xy$$

と表せるので，

$$y=\frac{S-\pi x^2}{2\pi x}$$

⑵ 容積Vは，

$$V=\pi x^2 y$$

⑴で求めたyより，

$$V=\frac{1}{2}x(S-\pi x^2)$$

⑶ $V=\frac{1}{2}x(S-\pi x^2)=\frac{S}{2}x-\frac{\pi}{2}x^3=f(x)$

とおくと，

$$f'(x)=\frac{S}{2}-\frac{3}{2}\pi x^2=\frac{1}{2}(S-3\pi x^2)$$

$f'(x)=0$　とすると

$$S-3\pi x^2=0$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{S}{3\pi}}$$

$x>0$なので　$x=\sqrt{\frac{S}{3\pi}}$

増減表を書くと以下のようになる。

x	0		$\sqrt{\frac{S}{3\pi}}$	
$f'(x)$	$\frac{S}{2}$	+	0	−
$f(x)$	0	↗	$\sqrt{\frac{S^3}{27\pi}}$	↘

$$f\left(\sqrt{\frac{S}{3\pi}}\right)=\sqrt{\frac{S^3}{27\pi}}$$

よって、$x=\sqrt{\frac{S}{3\pi}}$のときVは最大となり，

最大値は$\sqrt{\frac{S^3}{27\pi}}$となる。

問３

値上げする金額をx円，売り上げをy円とすると，

$$\begin{aligned}y&=(100+x)\times(300-2x)\\&=-2(x^2-50x-15000)\\&=-2(x-25)^2+31250\end{aligned}$$

よって，$x=25$のとき，$y=31250$で最大となる。

答え　125円にしたとき，売り上げは31250円で
　　　最大となる。

問４

1）　５回のうち、1の目が１回出る確率は，

$${}_5C_1\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

残り４回のうち，2の目が２回出る確率は，

$${}_4C_2\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^2=\frac{2}{3}$$

残り２回のうち，3の目が２回出る確率は，

$${}_2C_2\cdot\left(\frac{3}{6}\right)^2=\frac{1}{4}$$

よって求める確率は，$\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{36}$

2）　和が10になるのは，出る目の組合せが(11233)，(12223)，(22222)の３通りである。

よって，求める確率は，

$$\left(\frac{1}{6}\right)^5({}_5C_2\cdot{}_3C_1\cdot{}_2C_2\cdot1^2\cdot2^1\cdot3^2+{}_5C_1\cdot{}_4C_3\cdot{}_1C_1\cdot1^1\cdot2^3\cdot3^1+{}_5C_5\cdot1^0\cdot2^5\cdot3^0)$$

$$=\frac{263}{1944}$$

【学習アドバイス】

本学の入試は、例年5科目の中なら2科目を選択して解答する形式を採り、試験時間は2科目合計で100分となっているので、数学1科目での解答時間は平均的にみて50分である。問題数は大問4題で、その内、問1、問2は数学選択者全員が解答する問題。問3、問4はこの2題から1題を選択して解答する問題である。解答形式は、途中経過も記す記述式が中心であるが、本年度入試では、（空所補充形式の）客観問題も一部出題された。

本年度の入試について分析してみよう。問1は8次式の因数分解の問題で、誘導形式の客観問題である。「$y^2-1=(y+1)(y-1)$」という因数分解の公式をヒントに、置き換えによって8次式を因数分解するという基本問題である。 問2は、表面積が一定である円筒の容積の最大値を求める誘導形式の問題である。底面の半径xで容積Vを表すことで、3次関数の微分により最大値を求める。この問題では、文字係数を用いているためにやや計算の難度が高くなっている。また、問題文で表面積＝底面積＋側面積とあり、一般の円柱の表面積（底面積×2＋側面積）と勘違いしないように注意したい。本学の数学では、問題文を正確に読み取ることも合否のカギになる。慎重に読むことを心掛けたい。問3は2次関数の最大・最小の文章題である。変数（x）を用いて1日の売り上げ金額をどのように表すかが問われる問題である。問4は反復試行の確率を求める問題である。(1) は基本的な計算であるが、(2) は目の出方の場合分けが必要になる問題である。問3、問4は選択問題であるが、選択による有利・不利はなく、同程度の難易度と考えられる。

難易度的には基礎から標準のレベルであるが、記述式の問題が含まれるため、解答結果だけではなく解答に至る経過の書き方で得点差が生じる可能性がある。また、問1のような、空所補充問題であっても「考えさせる」問題は、慣れていない受験生も多く、対策が必要である。

対策としては、まず、「基本事項」の確認と「基礎力」の強化である。「基本事項」は数学における「道具」であり、そのすべてが「教科書」に記されている。太字で記されている事項の内容や、公式、定理を理解しているかどうかの確認をしてみよう。その確認が終わったら、その「道具」を使って問題を解くことができるようにしよう。これが「基礎力」だ。最終目標は、教科書の節末問題や章末問題を解けるようにしたいが、スタートは自分のレベルに合わせて始めよう。苦手な単元なら例題からスタートし、得意な単元なら節末問題などに直接チャレンジして構わない。解けなかった問題やミスした問題は、解き直しをすることで確実に解けるようにしたい。ここで一点、注意してほしいことは、「計算力」である。計算を苦手とする受験生は少なくない。しかし、計算は数学の基本中の基本である。そして、「計算力」をつけることは、毎日の繰り返しから生まれてくる。苦手な諸君は、日々の努力を惜しまないでほしい。

次に、記述問題の対策であるが、記述問題が苦手な人、慣れていない人は、「書く」ことからスタートしよう。教科書に載っている定理の証明をまとめることで記述力は確実に身につく。これにより記述に慣れてきたら記述問題にチャレンジしてみよう。標準的なレベルの参考書（解答部分が詳細に記述されていれば問題集でも構わない）の例題（記述問題）を解いてみよう。そして、解答と照合して自分で添削してみることで記述力アップにつながってくる（可能であれば、学校の先生などにお願いしてみよう）。解けなかった問題や、記述の仕方がわからなかった問題は、解答を参考に自分の答案を作ってみよう。なお、本年度は出題されていないが、領域の図示やグラフを描く問題も過去に出題されている。日頃からグラフや図形をフリーハンドでノートに描く練習も必要である。

最後に、本学の入学試験は、今までの学習の積み重ねが得点に反映してくる問題である。したがって、十分な準備をすることで、必ずや栄冠を手に入れられるはずである。