

# 数学

共通問題：以下の2問は、数学選択者は全員解答してください。

## 問1

次の文中の①～④にあてはまる記号または式を答えなさい。

Aくんは夏休みの宿題で、『 $x^8 - 1$ 』を因数分解せよ』という問題に悩んでいた。因数分解にはひらめきも必要らしいが、Aくんはどうしても解き方がひらめかなかったからである。そこで、夏休みを利用して遊びに来ていたマリおばさんに相談したところ、

$$\begin{aligned} x^8 - 1 \\ = (\textcircled{1})^2 - 1 \end{aligned}$$

と考えればいいというアドバイスももらった。しかも、『 $y^2 - 1$ 』は、『 $(y + 1)(y - 1)$ 』に因数分解できる』という追加のヒントももらった。そこで、マリおばさんのアドバイス通りに考えると、

$$\begin{aligned} x^8 - 1 \\ = (\textcircled{1})^2 - 1 \\ = (\textcircled{1} + 1)(\textcircled{1} - 1) \end{aligned}$$

になる。これで終わりたいところであったが、Aくんは『 $(\textcircled{1} - 1)$ 』の部分は、もう少し因数分解できるのではないかと考えた。『 $x^8 - 1$ 』という宿題の式とよく似ていたからだ。そこで、『 $(\textcircled{1} - 1)$ 』についても同じように因数分解をすると、

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - 1 \\ = (\textcircled{2} + 1)(\textcircled{2} - 1) \end{aligned}$$

になった。Aくんはこの結果を見て驚いた。なぜなら、もう1回因数分解できることに気がついたからだ。そこで、『 $(\textcircled{2} - 1)$ 』についても同じように因数分解をすると、

$$\begin{aligned} \textcircled{2} - 1 \\ = (\textcircled{3} + 1)(\textcircled{3} - 1) \end{aligned}$$

になった。

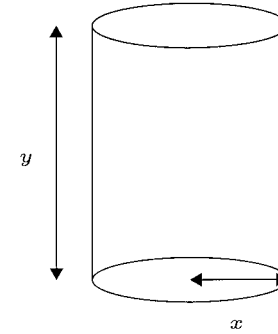
これらの結果をまとめ、宿題の答えは、

$$\begin{aligned} x^8 - 1 \\ = \underline{\hspace{10em} \textcircled{4} \hspace{10em}} \end{aligned}$$

となり、無事に宿題を終えることができた。

## 問2

図のような上面は開いている円筒形の容器があるとする。外側の表面積（底面積+側面積）を  $S$  とし、これを一定の値に固定するものとする。このとき底面の円の半径を  $x$ 、容器の高さを  $y$  とする。



- (1)  $y$  を  $x$  を使って表せ。
- (2) この容器の容積  $V$  を  $x$  の式で表せ。
- (3)  $x$  がいくらのとき  $V$  は最大となるか。またそのときの最大値を求めよ。

選択問題：以下の2問は、数学選択者は、このうちから1問を選んで解答してください。

解答用紙の「選択問題番号欄」に、選択した問題の番号を記入してください。

## 問3

ある品物の売値が1個100円のときは1日300個の販売数がある。売値を1個につき1円値上げすると、全体では2個販売数が減るといふ。たとえば、売値が1個101円のときは1日298個の販売数、売値が1個102円のときは1日296個の販売数となる。1日の売り上げ（販売数×売値）の金額を最大にするには、売値をいくらにすればよいか。

## 問4

サイコロの6つの面に、1, 2, 2, 3, 3, 3と書かれているものとする。どの面も出る確率は等しいとする。このサイコロを5回ふるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 1が1回、2が2回、3が2回出る確率を求めよ。
- (2) 出た目の和が10になる確率を求めよ。